DÉCIMA SEMANA DE LA MÚSICA Y LA MUSICOLOGÍA

JORNADAS INTERDISCIPLINARIAS DE INVESTIGACIÓN

Subsidio FONCYT RC-2013 (en trámite)

INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN MUSICOLÓGICA "CARLOS VEGA"
FACULTAD DE ARTES Y CIENCIAS MUSICALES
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA ARGENTINA

CON EL AUSPICIO
DE LA SECRETARÍA DE CULTURA DE LA NACIÓN (en trámite)

INVESTIGACIÓN, CREACIÓN, RE-CREACIÓN Y PERFORMANCE

EJES:

La investigación musicológica previa a la performance

La investigación musicológica como base para la creación

La performance como punto de partida para la investigación

4, 5 y 6 de septiembre de 2013

"SALA GINASTERA"
FACULTAD DE ARTES Y CIENCIAS MUSICALES
ALICIA MOREAU DE JUSTO 1500 –
EDIFICIO SAN ALBERTO MAGNO - SUBSUELO

COMITÉ CIENTÍFICO:

Dra. Sofía M. Carrizo Rueda - Dr. Pablo Cetta - Dra. Diana Fernández Calvo
Dr. Oscar Pablo Di Liscia - Dra. Olga Latourde Botas - Dr. Juan Ortiz de Zárate
Mag. Iván Marcos Pelicaric- Dra. Pola Suarez Urtubey - Lic. Nilda Vineis

INTERACCIONES ENTRE MÚSICA Y MATEMÁTICA: DOS OBRAS DE IANNIS XENAKIS

FEDERICO SARUDIANSKY[1]

INFORME DE INVESTIGACIÓN

Resumen

La interacción entre música y matemática viene de larga data: comienza con Pitágoras, alcanza su máximo esplendor en los escritos de autores como Platón, Boecio y Zarlino y después, junto con el advenimiento de la modernidad, es escindida de la práctica musical y relegada a una mera cuestión *teórica*. Iannis Xenakis (1922-2001), formado paralelamente en composición y en matemática, buscó integrar ambas disciplinas de una forma muy profunda. En este trabajo abordaremos el análisis de esta forma de trabajo en dos de sus obras, enfatizando la variedad de las técnicas matemáticas utilizadas por el compositor: *Analogiques A&B* (1958/9 – cuerdas) con las cadenas de Markov y *Duel*(1959, dos orquestas) con la teoría de los juegos.

Palabras clave: Xenakis, música, matemática

Abstract

Interaction between music and mathematics goes way back into history. It starts with Pithagoras, attains its more sophisticated development in the writings of authors such as Plato, Boethius and Zarlino and then, with the advent of theEnlightenment, is neglected as a sole theoretical matter. Iannis Xenaxis (1922-2001), who studied both Mathematics and Composition, sought merging these subjects in a very deep and insightful way. In this paper we will analyze two of his works as an example of his way of thinking,emphasizing the variety of mathematical techniques he employed: *Analogiques A&B* (1958/9 – strings) with Markov chains and *Duel* (1959, two orchestras) with game theory.

Key words: Xenakis, music, mathematics

* * *

Introducción

Pocas disciplinas de la cultura occidental tienen un origen más próximo que la música y la matemática. La interacción entre ellas, que en el fondo constituye el objeto de este trabajo, puede rastrearse en los albores de la cultura occidental, en la prehistoria del pensamiento griego. Posteriormente, ambas disciplinas siguieron caminos comunes durante largos siglos hasta que en la modernidad ambas parecieron tomar rumbos antagónicos. Sin embargo, la fuerza de este origen común no se disipó y una y otra vez surgieron evidencias de un destino común. La obra

[1] Este trabajo es una versión algo abreviada de una tesina de grado presentada en la Universidad Nacional de Lanús en diciembre de 2012. En aquella ocasión, se incluía, además de las dos obras consideradas aquí, el análisis de *Nomosalpha* (1966). Agradezco a Nilda Vineis y a Eugenia Fuente sus comentarios y apoyo respecto al mismo.

de Iannis Xenakis (1922-2001), un compositor griego de la vanguardia del siglo XX, es el medio que hemos elegido para mostrar la vigencia -y quizás el devenir- de este pasado en común.

La década de 1950 supuso un re-descubrimiento de la obra de AntonWebern -asesinado en 1945- que se consolidó como uno de los compositores más influyentes de la producción musical de ese entonces. Las características de la obra de Webern incluyen, sobre todo, una extremadamente sofisticada organización de los materiales musicales en el tiempo, muy especialmente las *alturas*. No es casual que varios alumnos de Olivier Messiaen, siguiendo esta influencia, hayan sido algunos de los principales impulsores del *serialismo integral* y que el propio Messiaen haya sido uno de sus experimentadores iniciales con su *Mode de valeurs et d'intensités*[2]. En este caso se busca la parametrización de *todos* los materiales musicales, no solamente las alturas: duraciones, matices, texturas, formas de ataques, etc. Xenakis, a pesar de haber participado del grupo *concreto* de Pierre Schaeffer alrededor de 1950 no dejó de verse enormemente influido por su participación en las clases de Messiaen.

Sin embargo, Messiaen, hablando sobre su encuentro con el joven Xenakis en París, quien poseía por entonces muy poca formación musical formal, manifestó:

> "Entendí inmediatamente que él [Xenakis] no era como los demás...Tiene una inteligencia superior...Hice con él algo horrible que no debería hacer con ningún otro estudiante. Le dije: 'No, [refiriéndose a la necesidad de profundizar estudios de armonía y contrapunto] tiene usted casi treinta años, tiene la suerte de ser griego, de ser arquitecto y de haber estudiado matemáticas avanzadas. Haga algo con ello. Inclúyalas en su música". (Harley, 2004)

Esto, sin duda, debe haber predispuesto a que Xenakis *observara matemáticamente* las técnicas webernianas y de los serialistas posteriores. Para un matemático formado como él, la elementalidad de estas técnicas fue evidente y debe haber sentido que, al menos en esta área, tenía algo que aportar.

Las técnicas seriales se basan en permutaciones de una serie dada de formas bastante elementales: serie original, serie invertida, serie retrogradada y serie invertida de la retrogradada, además de las transposiciones, que replican toda la serie a partir de otro sonido. Xenakis se dio cuenta de que utilizando técnicas matemáticas bastante elementales, podía obtener *permutaciones* e incluso *sucesiones de permutaciones* mucho menos arbitrarias de sonidos u otros materiales que las prescriptas por Schönberg y sus discípulos. De aquí su concepto de *música estocástica*, ejemplo que trataremos en el análisis de *Analogiques A&B* y que después derivó en el uso de técnicas computacionales de composición (la serie de obras *ST*) y la *música simbólica* posterior. Xenakis hizo explícitas estas ideas acerca de las limitaciones de la música serial en un artículo de 1955, *La crise de la musiquesérielle* y retomadas en el prólogo a *Musiques formelles*.

Paralelamente, Xenakis mostró desde el inicio una fascinación con la *praxis* musical concreta. Esto es, salvo algunas excepciones, su música es para ser *tocada* por instrumentistas. En este sentido, su relación con el grupo de Schaeffer no ejerció una influencia tan marcada en su producción ya que Xenakis continuó componiendo música instrumental a la par que electroacústica. Incluso, visto desde hoy, su obra instrumental es mucho más influyente y difundida que su obra electroacústica.

Duel, la obra a la que también le dedicamos un apartado, es una exploración del fenómeno interpretativo. Como veremos más adelante, esta obra investiga, con la ayuda de un dispositivo matemático, las consecuencias sonoras de la interacción secuencial entre dos grupos de músicos: dos orquestas con sus respectivos directores. Se trata de un verdadero *juego* en el que la *decisión* sonora de un grupo (centralizada en cada director) repercute en los elementos sonoros que tocará el otro.

[2] Esta obra forma parte de los *Quatre études de rythme* para piano del año 1949-50 junto con *Île de feu I* y *II* y *Neumes rythmiques*.

* * *

Analogiques A & B y las cadenas de Markov

Probabilidades y cadenas de Markov

Una introducción mínima al tema de las cadenas de Markov, que es el concepto sobre el que Xenakis elabora *Analogiques A & B*, nos obliga a tratar primero el tema más genérico -en el cual se incluye este tópico- de la *teoría de las probabilidades.* Esto porque la misma definición de cadena de Markov involucra conceptos fundamentales de probabilidades y su especificidad sólo puede ser comprendida a través de ellos.

El estudio de las probabilidades surgió relativamente tarde en el desarrollo de la matemática y hasta bien entrado el siglo XIX ocupó un lugar bastante marginal dentro de la teoría. Esto probablemente se deba a la naturaleza incierta de la estadística, que contrasta con el fuerte sesgo determinista de otras ramas de la matemática.

Durante el siglo XIX, y sobre todo en el XX, varios de los preceptos fundamentales de la matemática comenzaron a mostrar sus fisuras. Entre ellos podemos destacar las investigaciones sobre geometrías no euclidianas por parte de Lobachevsky y Bolyai en la década de 1830 y que supusieron el descubrimiento de un mundo matemático insospechado hasta entonces, en el cual la intuición jugaba un papel bastante menos relevante. A menudo es considerada la culminación de este proceso la demostración por parte de Kurt Gödel en 1931 de que todo sistema axiomático -la base de la metodología de la investigación matemática, desarrollado pacientemente desde Euclides- es por naturaleza incompleto, lo que da por tierra con toda pretensión de *completitud* de la matemática, un objetivo largamente anhelado. Dentro de este contexto, la estadística reivindicó su posición como objeto de estudio.

Por otra parte, esta ruptura de paradigmas no solamente se produjo en el campo de la matemática. La física sufrió en el siglo XX, pero con varios anuncios en el XIX, una de las rupturas más profundas en su historia. Básicamente dos teorías reemplazaron al modelo newtoniano vigente desde el siglo XVII: la relatividad especial y general, desarrollada por Einstein a partir de 1905 y la física cuántica. Esta última teoría, utilizada para describir los estados más fundamentales de la materia, implica una importancia fundamental de la estadística ya que todos los estados de la materia se expresan en términos de probabilidad.

Una definición intuitiva de *probabilidad* puede ser: $Probabilidad = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}$. Por ejemplo, tirando dos monedas al aire, ¿cuál es la probabilidad de que salga al menos una cara? Entonces, se consignan todos los casos posibles:

Caso	Moneda 1	Moneda 2
1	Cara	Ceca
2	Ceca	Cara
3	Ceca	Ceca
4	Cara	Cara

Tabla 1: Estados posibles de arrojar dos monedas

y se cuentan los casos favorables, aquí el 1, el 2 y el 4. Hay tres casos favorables sobre cuatro posibles y se obtiene $\frac{3}{4}$ó 0,75 . Esta es la probabilidad de encontrar al menos una cara tirando dos monedas al azar.

La moderna teoría de las probabilidades refina un tanto la intuición anterior definiendo probabilidad de una forma un tanto más abstracta. Consideremos el caso discreto, es decir, el caso en el que los estados son finitos o numerables[3].

Sea Ω el conjunto de todos los estados posibles (de alguna cuestión que analizamos). Para cada estado $x \in \Omega$existe un valor $f(x)$(porque *depende* de x) llamado *probabilidad de x* tal que cumple con las siguientes cosas:

- $\forall x \in \Omega, f(x) \in [0,1]$(para todo estado, la probabilidad del estado es un número entre 0 y 1)
- $\sum_{x \in \Omega} f(x) = 1$ (la suma de las probabilidades de todos los estados posibles es igual a 1)

Esto es, la probabilidad de un estado varía entre 0 (si el estado no puede ocurrir nunca) hasta 1 (si el estado ocurre siempre). Y la suma de las probabilidades de todos los estados posibles (el conjunto Ω en esta formalización) es 1, porque *cualquier* estado *es*[4].

Ahora bien, volviendo a nuestro ejemplo, podríamos considerar la siguiente pregunta: ¿es lo mismo tirar dos monedas juntas y ver los casos posibles que tirar la misma moneda dos veces? Esto es, la moneda ¿tiene memoria? ¿Recuerda el resultado anterior y eso condiciona el caso presente? A todas luces no. La moneda no *recuerda* de qué lado cayó unos instantes antes de ser lanzada nuevamente y, claro está, no afecta al resultado del próximo lanzamiento. Esto ejemplifica la noción de sucesos *independientes*. Gran parte de la teoría clásica de la probabilidad trata de sucesos independientes: el resultado de un evento no altera a otro evento.

Ahora debemos introducir la noción de *proceso estocástico*. Consideremos un conjunto como Ω, en el cual hay un conjunto de eventos con sus correspondientes probabilidades. Este conjunto describe la *totalidad* de estados posibles. Ahora tomemos una *secuencia* de esos estados. En el ejemplo que hemos visto, esto correspondería a repetir el experimento de arrojar dos monedas varias veces. Esta sucesión de *estados* corresponde a un *proceso estocático*o un *proceso aleatorio*.

---

3 Es decir, dejamos de lado el caso *continuo* o en el que los estados no son numerables. Explicamos un poco la terminología: *finito* quiere decir un número concreto, por grande que sea (por ejemplo, los granos de arena en la tierra *es* un conjunto finito); *numerable* es un conjunto infinito que puede ser puesto en correspondencia con los números *naturales* (1, 2, 3, 4, etc.). Por ejemplo, los números pares son un conjunto numerable porque podemos *contar:* 1→2, 2→4, 3→6, 4→8, 5→10, etc. Un conjunto *no numerable* es un conjunto infinito que no se puede poner en correspondencia con los números naturales. Los números *reales* entre 0 y 1, con todos los decimales posibles, son un ejemplo de conjunto *no numerable*.

4 A veces se denominan *eventos* a los *estados*. La idea es la misma. Una moneda tiene dos *estados* posibles: cara o ceca. Se asignan probabilidades a estos estados. Pero a veces se asocian estos estados con el *evento* de tirar la moneda. Se dice, entonces, que el *evento* de tirar la moneda tiene dos *resultados* posibles.

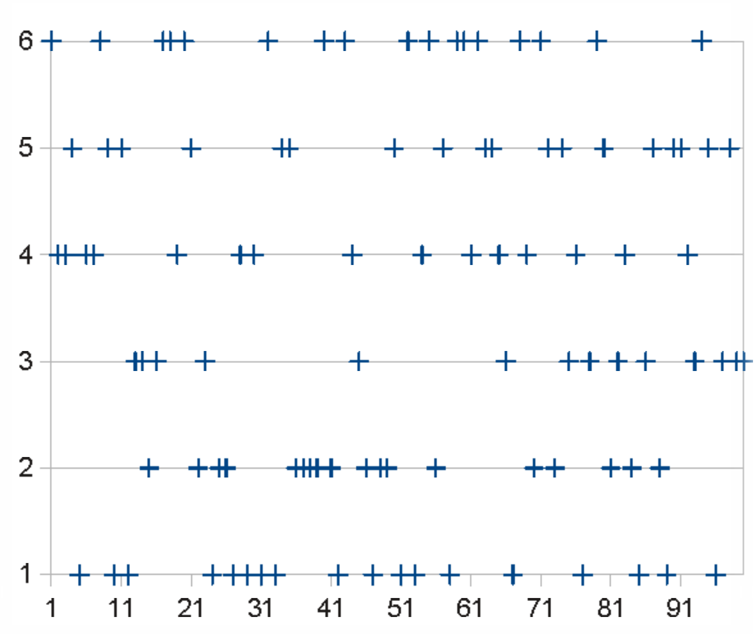


Figura 1: Proceso aleatorio: lanzamiento de un dado 100 veces

Tomemos un ejemplo un poco más interesante que una moneda: un dado común. Si está bien fabricado, existen seis *estados* posibles, todos con la misma probabilidad: 1/6. Hagamos el experimento y fabriquemos un proceso aleatorio tirando el dado unas cien veces. El resultado lo graficamos en la figura 1.

Como se podía prever, no se observa ningún patrón sistemático en el orden de los resultados. Esto es porque se trata de un proceso estocástico y la probabilidad de obtener un determinado resultado son siempre 1/6.

Modifiquemos apenas nuestro experimento. Tomamos un punto de referencia y paremos a un sujeto ahí. Tiramos un dado. Si sale 1, hacemos retroceder al sujeto 3 metros; si sale 2, retroceder 2 metros; si sale 3, retroceder un metro; si sale 4, avanzar un metro; si sale 5, avanzar 2 metros; si sale 6, avanzar 3 metros. Simulemos este experimento en una computadora y veamos el resultado de hacer esto 100 veces respecto al movimiento del sujeto, medido en metros alejado del punto de referencia:

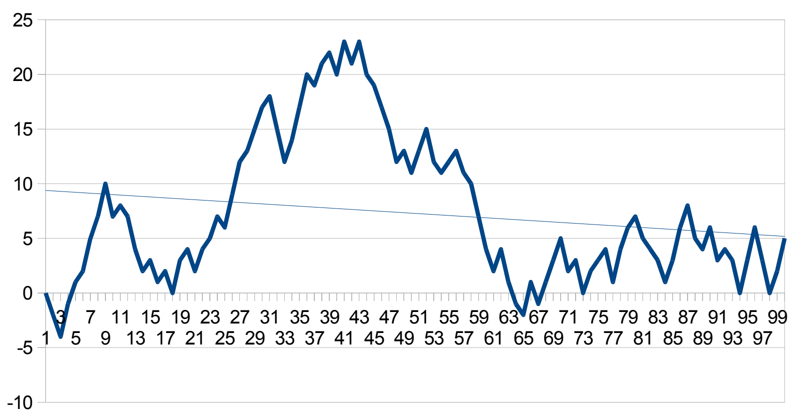


Figura 2: *Randomwalk*: 100 tiradas

El derrotero que seguimos resulta bastante sorprendente. En principio uno esperaría que el sujeto permanezca siempre bastante cerca del cero, porque hay tantas probabilidades de avanzar ($\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$) como de retroceder ($\frac{1}{2}$también). ¡Sin embargo, llega a alejarse más de 20 metros del punto de partida! Esto se conoce como *randomwalk* o *paseo aleatorio* por su derrotero incierto. Podría parecer que esta forma, ya no tan obviamente aleatoria (a pesar de estar construida con un dado) debería definirse tomando simplemente más jugadas. No es así. Tomando 1000 tiradas podemos obtener figuras como la siguiente,

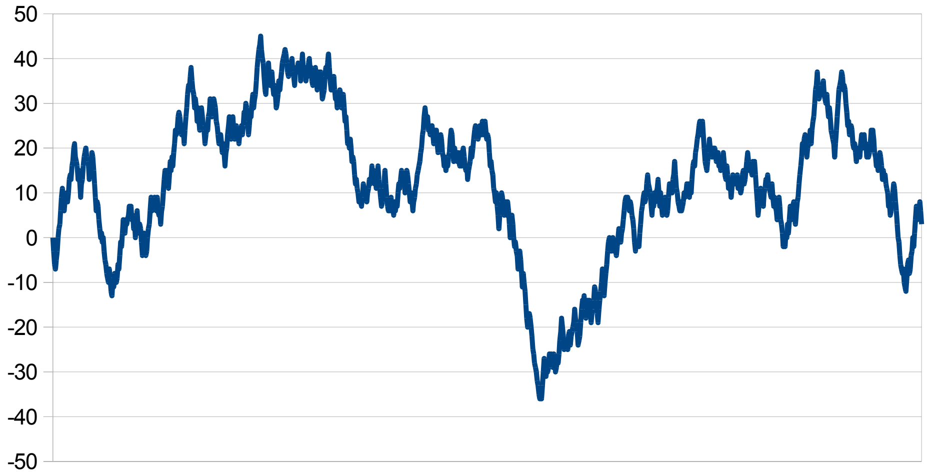


Figura 3: *Randomwalk*: 1000 tiradas

donde *parece* haber momentos de tendencias muy marcadas a alejarse para un lado y para otro[5]. Digo *parece* porque, nuevamente, estas series están construidas con un dado tirado al azar. La única diferencia que tiene esta serie es que *recuerda el último valor obtenido y, desde allí, tira el dado*. Esto es, la serie parece *tener memoria*. De hecho, una memoria muy corta porque solamente requerimos que el sujeto recuerde (permanezca) en qué lugar está antes de tirar el dado y avanzar o retroceder.

Esta *apariencia* de organización en un proceso puramente estocástico es lo que hace interesantes a este tipo de series. De hecho, el estudio de la estadística no es más que el intento de obtener certezas, a veces casi determinísticas, acerca de procesos que sabemos que son aleatorios, que ocurren con una cierta probabilidad.

Estas series de procesos aleatorios en las cuales *hay memoria* se denominan *procesos de Markov*o *series de Markov.* El que mostramos no es más que un ejemplo muy elemental, llamado *de primer orden* porque solamente hay memoria para un estado anterior. El matemático Andrei Markov presentó un estudio sobre estas series en 1907 y desde allí han sido muy investigadas y se han aplicado en áreas tales como la economía, la meteorología, la biología, la física, etc. Sobre estos elementos se basó, a fines de la década de 1950, Xenakis para componer su obra *Analogiques A&B* que describiremos a continuación.

5 Toda similitud con, por ejemplo, el movimiento de los precios de una acción en la bolsa *no* es pura coincidencia. Los *randomwalks* han sido desde el inicio aplicados al análisis de ciertas variables económicas, bajo el estudio de las llamadas *series de tiempo*.

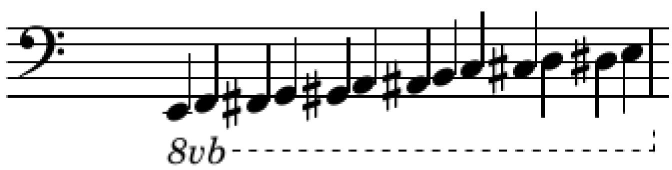
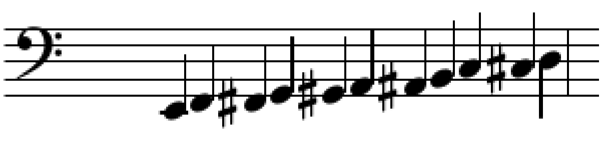
***Analogiques A&B* (1959)**

Analogiques A & B es un *par* de obras escritas por Xenakis entre 1958 y 1959. Se trata, en verdad, de dos obras independientes: *Analogique A* es una obra acústica escrita para nueve instrumentos de cuerda (tres violines, tres cellos y tres contrabajos) y *Analogique B* una obra *acusmática*, es decir, puramente electroacústica. El nombre común proviene de dos hechos: en primer lugar Xenakis, no demasiado conforme con el resultado sonoro de las piezas por separado[6], previó que ambas se ejecuten *juntas*, conformado así una obra *mixta* y en segundo lugar, ambas obras poseen exactamente el mismo principio de construcción, que detallaremos aquí.

Sobre esta(s) obra(s), Xenakis se explaya largamente en *Musiques formelles*[7]. La discusión sobre música estocástica y música basada en cadenas de Markov ocupa gran parte de los tres primeros capítulos del libro. Si bien el análisis que el compositor realiza allí es sumamente detallado (en cuanto a la *técnica*, no tanto a la pieza en particular), la terminología que utiliza es a menudo bastante oscura. Aquí intentaremos simplificar el discurso mostrando el mecanismo matemático utilizado, sin entrar en mayores detalles, de alguna forma al estilo de otros comentaristas, tales como Di Scipio (2006).

El mecanismo ideado por Xenakis para la composición de *Analogiques* parte de considerar tres variables fundamentales para la construcción de la obra: alturas, dinámicas y densidades. Para cada uno de estos tres elementos constitutivos de cualquier obra musical, Xenakis va a precisar un mecanismo que permita *calcular* la obra. La obra terminada no es, empero, un conjunto de fórmulas sino una partitura (en el caso de *A*) y una cinta o pista de audio (en el caso de *B*), lo cual discutiremos al final del comentario y diferenciándola(s) de una obra como *Duel* (cfr. infra).

Por *alturas* Xenakis refiere a un conjunto de notas de la escala temperada en la versión *A* de *Analogiques* y a un conjunto de frecuencias (medidas en *hertz, Hz.*) en la versión *B.* De aquí en más, describiremos en más detalle la versión instrumental, porque es la que más detalla el compositor en *Musiques formelles*. Las alturas utilizadas en *Analogique A* están agrupadas en seis categorías:

Nombre	Alturas	Grupo
AI		f_0
AII		f_0

6 Di Scipio (2006)
7 Esto es, Xenakis (1992)

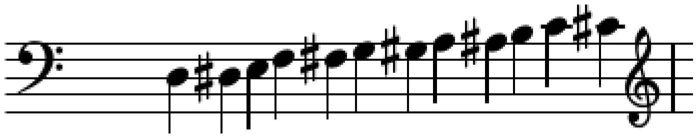
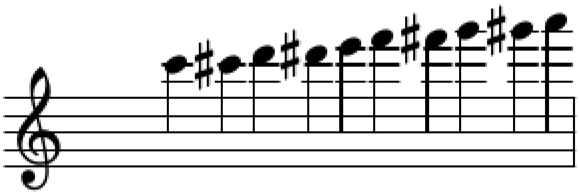
AIII		f_1
AIV		f_1
AV		f_0
AVI		f_0

Tabla 2: Alturas en *Analogique A*

Como vemos en la tabla2, Xenakis a su vez agrupa estas seis series de alturas en dos grupos, f_0 y f_1. Claramente, *todas* las notas cromáticas entre el mi grave del contrabajo y el la agudo del violín están comprendidas[8] en alguno de los seis grupos. El mecanismo de construcción de la obra -tanto en esta variable como en las que siguen- refiere a la elección del *grupo*, con reglas bastante precisas que describiremos a continuación. Una vez determinado el grupo, la elección de la categoría de alturas y de la nota misma se realiza completamente al azar según el siguiente esquema:

1. Se determina el grupo de alturas f_0o f_1 de forma *markoviana* como detallaremos enseguida
2. Sabiendo el grupo, se elige una categoría de alturas al azar
3. Dentro de una categoría dada, se elige una altura individual al azar

En cuanto a las *dinámicas*, solamente se consideran tres valores: ***pp***, ***f*** y ***fff.*** A su vez, estos son incluidos dentro de dos grupos: g_0=[***pp, pp, f, fff***] y g_1=[***pp, f***]. En el caso de g_0, como veremos, el hecho de incluir dos veces el matiz ***pp*** simplemente duplica las probabilidades de obtener este valor.

Finalmente, la variable *densidad* está medida en eventos por unidad de tiempo (Δt). Xenakis propone tres valores posibles:

Nombre	Densidad
DI	1 evento / Δt

[8] De hecho, algunas notas están en más de un grupo, las de los extremos. Ver la discusión sobre este hecho en Di Scipio (2006, p. 8)

DII	3 eventos / Δt
DIII	9 eventos / Δt

Tabla 3: Densidades en *Analogique A*

En esta obra, Δt se define como medio compás de 4/4, con una indicación metronómica de 50 negras por minuto. Por lo que Δt dura 1 segundo con 20 centésimas. También, en este caso, se agrupan: h_0=[DI, DI, DII, DIII] y h_1=[DI, DII, DII, DIII]. Las repeticiones, como en el caso anterior, sirven para incrementar la probabilidad del caso repetido.

El mecanismo utilizado por Xenakis para la construcción de *Analogique A* se basa en dos *matrices de cambio de estado:*

	a				β	
	f_0	f_1			f_0	f_1
f_0	0,2	0,8		f_0	0,85	0,4
f_1	0,8	0,2		f_1	0,15	0,6

	γ				ε	
	g_0	g_1			g_0	g_1
g_0	0,2	0,8		g_0	0,85	0,4
g_1	0,8	0,2		g_1	0,15	0,6

	λ				μ	
	h_0	h_1			h_0	h_1
h_0	0,2	0,8		h_0	0,85	0,4
h_1	0,8	0,2		h_1	0,15	0,6

Tabla 4: Matrices de cambio de estado para las tres variables

Como se adivinará, estas matrices expresan la probabilidad de que ocurra una secuencia determinada de eventos. Xenakis provee dos matrices alternativas (α *y* β en el caso de alturas, γ *y* ε para dinámicas y λ *y* μ para *densidades*; como se ve, las matrices son siempre las mismas) que son utilizadas secuencialmente primero una y luego la otra. Tomando como ejemplo α, la probabilidad de que si se utilizó el grupo f_0 se utilice a continuación $f_1$es de 0,8 (un 80%) y 0,2 (un 20%) de que se utilice f_0. Esto constituye un proceso de Markov en tanto la probabilidad de un evento depende de cuál ha sido el evento que acaba de ocurrir[9], tal como discutimos en la sección anterior.

[9] En rigor, este proceso de Markov es ligeramente más complejo que el *randomwalk* del que hablamos en la sección anterior, porque en ese caso, la probabilidad de ocurrencia de un evento individual era siempre la misma (el dado era siempre el mismo) pero aquí *depende* del valor que se obtuvo en último lugar y también si el evento está, ordinalmente, en lugar *par* o *impar*, por depender de esto qué matriz de cambio de estado corresponde aplicar.

Una forma más completa de considerar este problema es pensar que existen ocho[10]combinaciones distintas de ternas (alturas, dinámicas, densidades). El mismo Xenakis las detalla y las bautiza como *pantallas* (*screens)*[11]:

A=$f_0\, g_0\, h_0$	B=$f_0\, g_0\, h_0$	C=$f_0\, g_1\, h_0$	D= $f_0\, g_1\, h_1$
E=$f_1\, g_0\, h_0$	F=$f_1\, g_0\, h_0$	G=$f_1\, g_1\, h_0$	H= $f_1\, g_1\, h_1$

Tabla 5: Combinaciones de alturas, dinámicas y densidades en *Analogiques A* (*screens*)

Conociendo todas las matrices de cambio de estado, es posible calcular todas las probabilidades cruzadas de evolución de un estado al siguiente, tal como el propio Xenakis la calcula. Esto da como resultado una matriz general de cambio de estado[12].

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0,021	0,357	0,084	0,189	0,165	0,204	0,408	0,096
B	0,084	0,089	0,076	0,126	0,150	0,136	0,072	0,144
C	0,084	0,323	0,021	0,126	0,150	0,036	0,272	0,144
D	0,336	0,081	0,019	0,084	0,135	0,024	0,048	0,216
E	0,019	0,063	0,336	0,171	0,110	0,306	0,102	0,064
F	0,076	0,016	0,304	0,114	0,100	0,204	0,018	0,096
G	0,076	0,057	0,084	0,114	0,100	0,054	0,068	0,096
H	0,304	0,014	0,076	0,076	0,090	0,036	0,012	0,144

Tabla 6: Matriz general de cambio de estado para *Analogiques A&B*

Con toda esta información ya podemos describir someramente la estructura de *Analogique A*. La pieza, que dura unos seis minutos, consta de diez secciones. Cada sección comienza con una *pantalla* al azar para la cual se eligen, siempre al azar, las alturas, densidades y dinámicas correspondientes, tal como detallamos más arriba. Esto brinda el material correspondiente a medio compás, o unos 1,2 segundos de música. A partir de ese estado, se *sortea* (es lo que hizo Xenakis) el estado siguiente, ponderando las probabilidades según la tabla 6. Así, supongamos

[10] Es decir 2^3 combinaciones. Hay tres categorías con dos alternativas cada una.
[11] Xenakis (1992, p. 89 y ss.)
[12] Xenakis (1992, ibid)

que comenzamos con la *pantalla* C (notas de registros extremos, dinámicas entre ***pp*** y ***f*** y densidad relativamente *baja*), el siguiente estado podrá ser cualquiera pero el E y el F son los que tienen más chances de ser elegidos (33,6% y 30,4% respectivamente). Xenakis realmente *hizo* estos sorteos para construir esta obra. Hoy en día, con toda seguridad, le encomendaríamos la tarea a una computadora[13], cosa que el compositor no tenía a disposición en los años 1958/9. Así, cada *sorteo* completa una porción de medio compás de la obra[14]. Este proceso sigue unas 30 veces para las secciones 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8 y 10 de la obra, que tienen, cada una, 15 compases, 35 veces para la sección 4 y 32 veces para la sección 9[15]. La *novedad* en cada sección es que la *pantalla* que inicia la serie es elegida al azar y no teniendo en cuenta el último estado aparecido.

Hasta aquí la *teoría* de la obra. En la práctica, Xenakis conscientemente se *desvió* de su propia teoría en la construcción de su obra. Análisis que figuran en el trabajo de Di Scipio (2006) que ya hemos citado muestran que la sucesión de *pantallas* en algunas secciones es inconsistente con la matriz general de cambios de estado. Esto, según este autor, acontece en no menos de siete de las diez secciones de las que se compone la obra. En efecto, las secciones 1, 4 y 9 "exhiben el mecanismo en equilibrio"[16]mientras que las secciones 2, 6 y 7 muestran fuertes *perturbaciones* al repetir insistentemente una misma *pantalla* (lo cual es estadísticamente casi imposible que ocurra[17]). Este autor de alguna forma justifica este proceder basándose en el hecho de que

Figura4: Compases 105-109 *de Analogique A*

> "1) Decisiones intuitivas son legítimas y efectivas cuando una profunda consciencia del proceso creativo ha sido desarrollada y eventualmente formalizada (o racionalizada de otra forma) y

[13] De hecho, existe una simulación de *Analogiques* en Max/MSP en http://www.sonic-disorder.com/research.html

[14] No hemos detallado el mecanismo de asignación de duraciones -que, quizás sorprendentemente *no son* una variable- ni de asignación de notas a los distintos instrumentos. Estos detalles pueden consultarse en Di Scipio (2006).

[15] Di Scipio (2006, p. 6)

[16] Di Scipio (2006)

[17] Por ejemplo, una repetición de 10 veces consecutivas de la *pantalla* A tendría una probabilidad de 0,00000000000000001668, algo tan probable como tirar una moneda 56 veces seguidas y que en *todas* salga cara.

> 2) Los esfuerzos en formalización (u otra forma de racionalización) del conocimiento son legítimos y efectivos sólo si se tiene confianza en que la intuición completará el trabajo si aquellos revelaran ser insuficientes.” [18]

De alguna forma, según este autor, Xenakis *percibió* que la sola aplicación del mecanismo de composición no bastaba para que una obra fuera interesante. Por este motivo eligió, en primer lugar, *perturbar* el sistema y luego, en segundo lugar, superponer las versiones acústicas y acusmáticas[19] de esta obra.

* * *

Duel y la teoría de los juegos

Juegos y estrategias

La llamada *teoría de los juegos* comprende una serie de técnicas matemáticas utilizadas para modelar situaciones de conflicto y toma de decisiones. Esta disciplina es, como se puede intuir, muy amplia y abarca una gran variedad de técnicas, pero en principio se puede definir a un *juego* como un conjunto de jugadores, un conjunto de *estrategias* o *jugadas* a disposición de cada jugador y un conjunto de *pagos* (o puntajes, o recompensas). Una representación posible de un juego involucra una matriz (es decir, una tabla) llamada *matriz de pagos* en la que se resume mucha de esta información.

		Jugador A	
		Mueve izquierda	Mueve derecha
Jugador B	Mueve izquierda	10, -10	-8, 8
	Mueve derecha	5, -5	0,0

Tabla 7: Una matriz de pagos

Esta matriz nos dice, para cada *estrategia* de cada *jugador*, cuál es el pago que perciben ambos. Es decir, si el jugador A mueve izquierda y el jugador B mueve derecha, A gana 5 puntos y B pierde 5 puntos. Falta información, sin embargo, que nos diga algo sobre el juego. Esto es, si se juega secuencialmente o simultáneamente, si los jugadores conocen la matriz de pagos, si pueden hablar o no entre si y llegar a acuerdos, etc. Estas variantes dan nombre a una gran cantidad de *tipos de juegos*. Veamos algunas de estas cuestiones:

[18] Di Scipio (2006)

[19] Una breve reseña de las diferencias entre las versiones *A* y *B* de *Analogiques*: las alturas son simplemente frecuencias en la versión *B*. Y el intervalo temporal que dura cada *pantalla* es mucho menor: medio segundo (en *B*) contra 1,2 segundos (en *A*).

- El juego que mostramos tiene solamente dos jugadores (como el de Xenakis en *Duel*), pero puede haber juegos de más jugadores e incluso de *infinitos* jugadores.
- Si en un juego se habilita la opción de que los jugadores puedan llegar a *acuerdos* por fuera del juego, se llama *cooperativo*; de lo contrario, se llama *no cooperativo*.
- Un juego se llama *simétrico* si su resultado depende solamente de las estrategias, no de quién juega primero. Por ejemplo, el ta-te-ti, es un ejemplo clásico de juego no simétrico ya que jugado consistentemente, el primer jugador *siempre* puede, a lo sumo, empatar el juego pero nunca perderlo.
- Cuando lo que un jugador gana lo hace exactamente a expensas del otro (o de los otros jugadores, en el caso de un juego de muchos jugadores), este juego se llama *de suma cero*.
- Un juego puede ser *secuencial* si se juega por turnos o *simultáneo* si los jugadores hacen sus jugadas todas a la vez.

Historia de la teoría de los juegos

Si bien hay muchos antecedentes (incluso, el nacimiento de la *estadística* como rama de la matemática está vinculado a la solución de problemas derivados de los juegos de azar) la *teoría de los juegos* tiene una fecha cierta de nacimiento. En 1944 uno de los matemáticos más célebres del siglo XX, John von Neumann, un húngaro devenido estadounidense y vinculado a la carrera que llevó a la construcción de la primera bomba atómica, publicó junto con Oskar Morgenstern el trabajo que dio comienzo a esta rama de la matemática: *Thetheory of games and economic behavior*.

Rápidamente este marco teórico fue adoptado en las investigaciones sobre teoría económica, en especial en aquellas vinculadas a la búsqueda de una prueba de existencia del *equilibrio general* -esto es, acerca de las condiciones generales en las cuales un sistema económico compuesto por consumidores y productores bajo ciertas condiciones de información alcanzan un equilibrio en precios y cantidades-. Esto recién se alcanzó entre mediados y fines de la década del 1950, con los trabajos de Gérard Debreu y Kenneth Arrow. Si bien en estas primeras versiones no se utilizó la teoría de los juegos, subsiguientes trabajos probaron una correspondencia entre el enfoque puramente matemático y estas nuevas técnicas.

Uno de los aportes más importantes al desarrollo de esta teoría fue el de John Nash, quien definió un tipo de equilibrio, hoy llamado *equilibrio de Nash*[20], que es una forma de definir una situación de *solución* de un juego, que es aplicable, como veremos, a muchas situaciones. Un *equilibrio de Nash* es una situación donde todos los jugadores, conociendo todas las estrategias de los otros jugadores, no obtienen ningún beneficio si cambian su propia estrategia. Ahora veremos el *dilema del prisionero* y observaremos un equilibrio de Nash de cerca. El mérito de John Nash no fue solamente definir este tipo de equilibrio, sino probar bajo qué condiciones *todo juego tiene un equilibrio de Nash*. Este teorema, que también lleva su nombre, fue básicamente lo que le terminó deparando el Premio Nobel de Economía en 1994, y fue publicado en *Equilibrium Points in N-person Games* en 1950.

A partir de la década de 1970, el marco de la teoría de los juegos fue utilizado cada vez más fuera de la economía, aplicándose a la biología, al derecho, a la psicología e incluso a la filosofía.

El dilema del prisionero

El llamado *dilema del prisionero* es un ejemplo interesante de cómo la teoría de los juegos sirve para modelar matemáticamente situaciones y obtener resultados que, de alguna manera, resultan curiosos.

[20] John Nash pasó a la fama, involuntariamente, como sujeto de una película muy exitosa: en Argentina se llamó *Una mente brillante* (*A beautiful mind*, el original en inglés), que lo biografía de una forma un tanto exagerada. Nash, ciertamente, es esquizofrénico; pero la película rodea su enfermedad de un hálito de romanticismo que no condicen con su vida real.

La historia es que dos personas son arrestadas. La policía no sabe a ciencia cierta si son culpables o no, pero ofrece, a cada uno de los prisioneros, por separado, el siguiente trato: si uno traiciona al otro, obtiene una condena reducida y el otro una muy dura, salvo que ambos se traicionen mutuamente, en cuyo caso obtienen ambos una condena dura. Pero si ninguno de los dos traiciona, ambos obtienen una condena pequeña. Veamos una matriz de pagos de este juego:

		Jugador A	
		No traiciona a B	Traiciona a B
Jugador B	No traiciona a A	A: un mes preso B: un mes preso	A: libre B: tres años preso
	Traiciona a A	A: tres años preso B: libre	A: dos años preso B: dos años preso

Tabla 8: El dilema del prisionero

Veamos, para el jugador A, cuáles son las estrategias a seguir: supongamos que B es un traidor, entonces a A le conviene ser traidor (dos años contra tres); alternativamente supongamos que B no traiciona, entonces a A le conviene traicionar (quedar libre contra un mes preso). Esto caracteriza a una *estrategia dominante*: para A *siempre*, independientemente de lo que haga el otro jugador, conviene traicionar a B. Este juego es *simétrico*, por lo que para B traicionar a A también es una estrategia dominante.

El resultado, paradójico, es que ambos terminan eligiendo traicionar al otro, obteniendo un perjuicio grande (el peor posible considerando a ambos jugadores: cuatro años de cárcel). Si pudieran confiar en el otro (*juego cooperativo*) ambos sabrían que les convendría no traicionar (dos meses de cárcel, ambos jugadores).

Observemos que esta solución *es* un equilibrio de Nash. Cualquier cambio de estrategia es, para cada jugador, peor, pues pasarían a estar tres años presos en lugar de dos. Esto es lo interesante de los equilibrios de Nash: muestran situaciones de *equilibrio*, donde ningún jugador tiene incentivos para cambiar la situación, que sin embargo son *subóptimas*, en el sentido que existe alguna otra situación realmente *mejor* en todos los sentidos (la solución de no traicionar de ambos jugadores es la *mejor* de las cuatro posibles en términos de bienestar general). Esto muestra el valor de este marco teórico ya que una herramienta matemática permite justificar la persistencia de una situación no óptima a través del intento de los jugadores de estar lo mejor posible: esta es la paradoja.[21]

Duel (1959)

Duel es un *juego musical* para dos orquestas y dos directores compuesto por Xenakis entre 1959 y 1960. Fue resultado de un encargo realizado por la ORTF (Officce de Radiodiffusion-Télévision Française) y estrenado por los directores Diego Masson y Fernand Tuby en

[21] Existen una gran cantidad de variaciones y ampliaciones del *dilema del prisionero,* en las cuales se habilitan alternativas como respuestas, información compartida, etc. Cfr. Binmore (1992) para más detalles.

Hilversum (Holanda) en 1971[22]. Cada una de las orquestas está compuesta por tres grupos instrumentales distintos:

1. Vientos: 1 piccolo, 1 oboe, 1 clarinete en mi bemol, 1 clarinete bajo, 1 fagot, 1 contrafagot, 2 trompetas, 1 trombón.
2. Percusión: 2 bongos, 3 congas, 1 tambor, 1 gran cassa.
3. Cuerdas: 6 primeros violines, 6 segundos violines, 4 cellos, 2 contrabajos.
4.

(como se observa, cada *orquesta* es casi media orquesta *normal*). La disposición espacial de los músicos la pide Xenakis explícitamente en su partitura y la reproducimos en la figura 5.

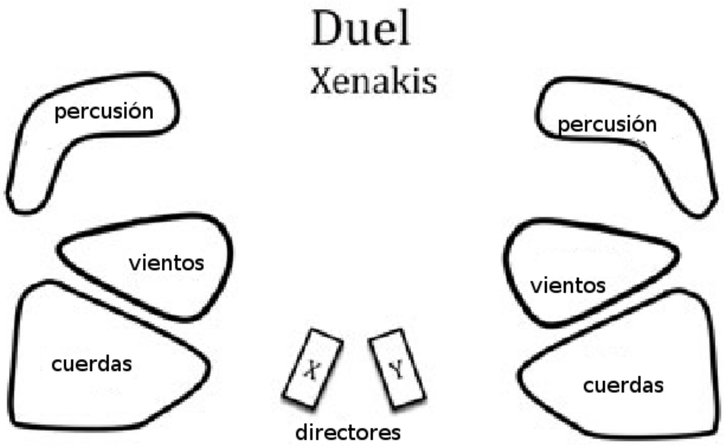


Figura 5: Disposición espacial de las orquestas en *Duel* (adaptado de Sluchin B. y Malt M. (2011))

La idea es que los directores estén *espalda con espalda* de forma de no ver uno lo que hace el otro. Idealmente, Xenakis ideó algunos dispositivos mecánicos útiles para la ejecución de la obra que comentaremos más adelante.

Cada director tiene, a su disposición, una serie de seis *eventos o estrategias* posibles:

I	Cluster de sonidos granulares
II	Sonidos de cuerdas sostenidos, con fluctuaciones
III	Red de glissandos de cuerdas
IV	Sonidos de percusión estocásticos
V	Sonidos de instrumentos de viento estocástico
VI	Silencio

Tabla 9: Materiales/estrategias en *Duel*[23]

[22] Sluchin B. y Malt M. (2011), Droseltis (2011)

Adicionalmente, Xenakis provee una *matriz de pagos* del juego, que asigna puntajes a todas las combinaciones posibles entre pares de estrategias de ambos directores:

		Director 1					
		I	II	III	IV	V	VI
Director 2	I	-1	+1	+3	-1	+1	-1
	II	+1	-1	-1	-1	+1	-1
	III	+3	-1	-3	+5	+1	-3
	IV	-1	+3	+3	-1	-1	-1
	V	+1	-1	+1	+1	-1	-1
	VI	-1	-1	-3	-1	-1	+3

Tabla 10: Matriz de pagos de *Duel*

Duel es un juego de suma cero. Esto es, el puntaje que *gana* un director por la elección de una determinada estrategia es exactamente igual a lo que el otro director *pierde*. En la matriz que se reproduce en la tabla 9, los puntajes están puestos desde el punto de vista del director 1. La matriz correspondiente al director 2 es la misma con todos los signos de los puntajes cambiados.

El proceso de construcción de la matriz representada en la tabla 10 está profusamente documentado por el propio Xenakis en *Formalized Music*[24]. Allí, el compositor muestra cómo parte de una apreciación subjetiva del valor estético que a su juicio producen los 36 pares de combinaciones de los materiales de la tabla 9 y, en base a ella, construye una matriz como la de la tabla 10, que busca garantizar -mediante el análisis de la teoría de los juegos- que el juego sea justo -esto es, que ambos jugadores tengan igual probabilidad de ganar- y que no sea completamente predecible.

Finalmente, quedan por definir las *reglas* del juego. En este punto, Xenakis deja bastante libertad a los jugadores -esto es, a los dos directores de cada grupo orquestal- para que de común acuerdo definan cómo se llevará a cabo el juego. Estas variables, libradas a la decisión de los intérpretes involucran aspectos tales como quién juega primero, la duración de las jugadas, la definición de cuándo se termina el juego (si se limitan a una duración determinada o al que alcance un determinado número de puntos) y la metodología por la cual se transmiten las decisiones de estrategias de los directores a los músicos.

En la práctica, entonces, se trata de un juego por puntos entre dos directores que deben, cada uno, querer ganar. Quién gana cuántos puntos por jugada está determinado por la matriz de

[23] Sluchin B. y Malt M. (2011)

[24] Xenakis (1992), pp. 113-122

pagos que establece el compositor. Esta serie de estrategias, a su vez, producirán un resultado sonoro y éste será la obra que presencia el público. Xenaxis, de alguna forma, se hace cargo del resultado afirmando que:

> "El ganador [i.e. el *director* ganador] gana porque simplemente ha seguido mejor las reglas del juego establecidas por el compositor quien, en consecuencia, reivindica su responsabilidad sobre la 'belleza' o 'fealdad' de su música"[25].

No sin dejar de acotar acerca de algunas cuestiones prácticas muy simpáticas:

> "Los directores dirigen espalda con espalda, usando sus dedos o señales luminosas que deben ser invisibles para la otra orquesta. Si los directores usan señales accionadas por botones, entonces los puntajes sucesivos pueden ser anunciados automáticamente en la sala, tal como se muestran los goles en un partido de fútbol. Si los directores usan sus dedos, entonces un referee puede contar los puntos manualmente y anunciar el resultado en la sala. Al final de una serie de jugadas o de minutos, tal como se acuerde entre los directores, uno de los dos es declarado el ganador y se le da un premio."[26]

Algunas cuestiones sobre *Duel*

Quizás la pregunta más interesante, desde el punto de vista de la matemática es saber si este juego tiene un resultado definido, de modo de poder aclarar si *Duel*se trata o no de una obra abierta, en el sentido de que cabe o no esperar cierto resultado sonoro definido cuando se habla de esta obra.

Teóricamente, una de las conclusiones que se pueden deducir a partir de analizar este juego es que no existe un equilibrio en *estrategias puras*, esto es, aun cuando ambos jugadores se comportaran de manera perfectamente racional, no es posible definir un único patrón de desarrollo del juego. Esto ocurre porque para algunas estrategias de uno de los jugadores, la estrategia del otro sólo puede expresarse en términos de probabilidades -i.e. el otro jugador jugará entre tales estrategias, cada una con un determinado grado de probabilidad-. Esto es lo que caracteriza a un problema de *estrategias mixtas*.

Así, el resultado del juego sólo puede mostrarse simulándolo o efectivamente jugándolo, por lo que, al menos desde una perspectiva matemática, el juego *tiene sentido jugarlo*. Xenakis, como ya hemos citado, muestra[27] un detallado interés en determinar la *justicia* del juego y de establecer explícitamente que el juego de desarrolle dentro de estrategias mixtas. Un juego en estrategias puras está completamente predeterminado, salvo errores de los jugadores.

De esta forma, Xenakis claramente opta por una estructura probabilística para la construcción de su obra, algo entroncado con los procedimientos de *Analogiques* de los cuales hablamos arriba, pero enfocados, ahora, en la indeterminación proveniente de las propias decisiones de los directores. Esto es, por decirlo de alguna manera, una *subjetivización* de lo estocástico ya que, al menos en este caso, el compositor se limita a dejar sentadas las reglas de un juego e invitar a los participantes a jugar. Pero también esta aproximación se diferencia de una estocacidad completamente libre, en la cual cada director hace lo que quiere. En ese sentido, acota Xenakis, incluso prevé -si bien no quedó incluido en su obra- una participación directa del público:

> "Ahora que hemos dejado aclarados los principios [de la obra], podemos entrever la participación del público, que sería invitado a evaluar los pares de

[25] Este comentario aparece en la partitura, tal como citan Sluchin B. y Malt M. (2011)
[26] Xenakis (1992), p. 122
[27] Xenakis (1992), loc. cit.

> tácticas de los directores X e Y y votar inmediatamente acerca del contenido de la matriz [i.e. tabla 10]. La música, entonces, sería el resultado del condicionamiento del compositor, que establece la partitura, los directores X e Y y el público, que construye la matriz de pagos."[28] [29]

* * *

Conclusiones

Hemos visto dos obras de IannisXenakis con sus sendas *inspiraciones* matemáticas. En el caso de *Analogiques A&B* tratamos brevemente la teoría de la probabilidad e introdujimos el concepto de *proceso aleatorio* y de *proceso de Markov*, que es aquel en el que la serie, si bien es estocástica, conserva *memoria* de su último estado. En el análisis de la obra observamos cómo Xenakis utiliza un dispositivo que permite construirla utilizando cadenas de Markov que se aplican a la determinación de alturas, dinámicas y densidades.

Duel nos introdujo en la teoría de los juegos, de la que presentamos una introducción y un análisis del *dilema del prisionero*. El análisis nos reveló un prácticamente abierta, en el que solamente se establecen materiales y las reglas de un *juego* (reglas que consisten básicamente en los *puntajes* que reciben los directores/jugadores por las elecciones que toman). Casi todos los demás parámetros de la obra quedan librados a los intérpretes.

Estas obras utilizan un andamiaje matemático inaudito en la composición musical. Dos cuestiones surgen a partir de los análisis de estas obras, que dejamos consignados aquí en guisa de conclusiones.

En primer lugar, la motivación de Xenakis de utilizar matemática en su obra provino, como hemos visto, de un comentario de Messiaen, su maestro. Pero a pesar de ello, resulta difícil creer que, incluso con una recomendación semejante, Xenakis hubiera tenido éxito en desarrollar estas obras de no ser porque *existía una matematización implícita en la música de vanguardia de la década de 1950*. Esto es, Xenakis, aprovechando su formación matemática, inventa y propone una gran variedad de técnicas (tal como figuran en *Musiquesformelles*), pero las aplica en un medio, en un *caldo de cultivo*, que favorecen su desarrollo. Resulta imposible considerar paralelismos entre la búsqueda de, digamos, cualquier compositor que aplique procedimientos *serialistas* y la obra de Xenakis. Este simplemente aprovechó la falta de sistematización matemática de los teóricos del serialismo integral para desarrollar sus propias teorías.

Pero, en el camino, Xenakis pudo incluir elementos que, dentro de la rigidez de las estructuras del serialismo, no tenían lugar. Quizás el más importante de todos ellos sea la *atención por las texturas*. En rigor, en las obras sobre las que pusimos atención, la *textura* está considerada como un elemento primordial. Esto, para una obra serialista (piénsese en *Mode de valeurs...*) es más bien una resultante que una variable. El uso de herramientas matemáticas (probabilidades, juegos, etc.) fue lo que le permitió a Xenakis tomar el control de esta variable. De hecho, el estreno de *Metastaseis*, en 1955, supuso una cierta revolución por su uso generalizado de *glissandos*. Dentro de una estructura serial, rígida, el *glissando*no tiene demasiado lugar.

Además, otro elemento distintivo de Xenakis es el acento puesto en la *formalización* de sus métodos compositivos. Multitud de compositores escribieron acerca de sus obras; más aún durante el siglo XX. Piénsese solamente en Schönberg, Boulez, Stockhausen, cuyos escritos

---

[28] Xenakis (1992), p. 122

[29] En su trabajo sobre esta obra (2011), Sluchin y Malt proponen varias simulaciones computacionales posibles a fin de prever cuál sería el resultado de este juego bajo varios supuestos: aquel en el que ambos directores juegan al azar (una opción condenada por el propio Xenakis) o distintas formas de elección de estrategias. En todas las que no son el *caso degenerado* de elecciones puramente al azar, se encuentran tanto secciones *aleatorias* como ciertos patrones repetitivos en la secuencia de elecciones simulada.

llenan muchos volúmenes. Pero Xenakis se distingue de ellos en tanto él busca, en *Musiques formelles* y en otros escritos posteriores, dejar sentada su *estética* en términos rigurosos.

El otro punto que considero importante remarcar es que el uso de la matemática no confina, al contrario de lo que se podría pensar, a Xenakis a ser un compositor de *música automática*. Los experimentos de *poesía automática* existieron desde los dadaístas y los surrealistas, pero Xenakis va mucho más allá. Él busca crear obras que funcionen según lo considere su intuición. Así, él parte de una *idea* de lo que debe ser su obra y utiliza herramientas matemáticas porque *considera* que es un buen medio para llegar a plasmarla. Pero, en el caso que siente que algo debería ocurrir *fuera* de los resultados del algoritmo o la fórmula que está utilizando, *siempre gana la intuición*.

En principio podría pensarse en una oposición entre el Xenakis matemático y el Xenakis compositor. Creo que eso es un error, por dos motivos. Primero porque relaciona al pensamiento matemático con algo *rígido* y a la composición musical como algo *arbitrario*. Este tipo de pensamiento es herencia de la modernidad. Muchos no matemáticos, que consideran que *matemática* es lo que se aprende en la escuela secundaria -trigonometría, funciones, logaritmos, etc.- se verían muy sorprendidos si presenciaran una clase universitaria de la carrera de matemática[30]. Existe un alto grado de abstracción y tecnicismos, pero también se plantean problemas que tienen un alto contenido filosófico. No son sólo *cuentas*.

Xenakis, por todo esto, *encarna* el lugar del matemático/músico, teórico y guiado por la intuición a la vez. Cerremos con las palabras de un gran matemático intuicionista:

> "Ainsi, la logique et l'intuition ontcha cun ele urrôl enécessaire. Toutes deux sont indispensables. La logique qui peut seule donner la certitude est l'instrument de la démostration; l'intuition est l'instrument de la invention".
>
> (Así, la lógica y la intuición tienen, cada una, su rol necesario. Las dos son indispensables. La lógica, que es la única que puede dar certezas, es el instrumento de la demostración; la intuición es el instrumento de la invención.)[31]

* * *

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BENSON, Dave
2008 *Music: a mathematicaloffering*, Cambridge UniversityPress (disponible también en forma gratuita en http://www.abdn.ac.uk/~mth192/html/maths-music.html)

BINMORE, Ken
1992 *Teoría de juegos*, McGraw Hill

DI SCIPIO, Agostino
2006 "Formalization and intuition in analogiquea et b (with some remarks on the historical-mathematical sources of Xenakis)" en Solomos, Makis; Georgaki, Anastasia y Zervos, Giorgos (eds.): *Definitive Proceedings of the "International Symposium IannisXenakis"* (Athens, May 2005), www.iannis-xenakis.org

[30] Personalmente pasé por varias facultades y carreras. Cinco años en la Facultad de Ciencias Económicas (como alumno y como ayudante), dos años en la Facultad de Derecho (como ayudante) y dos años en la Facultad de Ciencias Exactas (como estudiante de la licenciatura en matemática), todas en la Universidad de Buenos Aires. En toda la carrera de economía, creo haberme cruzado solamente con una o dos personas que desarrollaran alguna actividad artística. Lo mismo en derecho. En matemática, eran la gran mayoría. Me crucé con músicos -la mayor parte- pero también pintores, escultores, poetas. Quizás ninguno de ellos ejercía profesionalmente esa inclinación, pero claramente la tenían.

[31] Poincaré (2012)

DROSELTIS, Alexandros
2010 *Zufall und Determination in der westeuropäischen Musik um 1960 Dargestellt an Werken von Iannis Xenakis und Karlheinz Stockhausen*, Tesis doctoral presentada ante laTechnischen Universität Berlin (disponible en http://opus.kobv.de/tuberlin/volltexte/2011/2976/pdf/droseltis_alexandros.pdf)

HARLEY, James
2004 *Xenakis, his life in music*, Routledge

HOFFMAN, Peter
2001 "IannisXenakis" en *The New Grove Dictionary of Music and Musicians,* Stanley Sadie, ed.

POINCARE, Henri
2012 *La valeur de la science*, edición digital en http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/philo/textesph/Valeurdelascience.pdf

SLUCHIN B. y MALT M.
2011 "Open Form and Two Combinatorial Musical Models: The Cases of Domaines and Duel" en Agon, Andreatta, Assayag, Amiot, Bresson, Mandereau (Eds.): *Mathematics and Computation in Music,* Springer

XENAXIS, Iannis
1987 "Xenakis on Xenakis" en *Perspectives of New Music*Vol 25 n. 2
1992 *Formalized Music: thought and mathematics in composition*, (edición ampliada con materiales compilados por Sharon Kanach, el texto original es de 1962), Pendragon Press[32]

* * *

Federico Sarudiansky es Licenciado en Música (Universidad Nacional de Lanús, 2012), Licenciado en Economía (Universidad de Buenos Aires, 2000). Es docente en la Universidad de Lanús y profesor de violoncello en el Programa de Orquestas Infantiles y Juveniles de la Ciudad de Buenos Aires. Como cellista, integra el grupo de música experimental 'Ensamble Wonderland' y el 'Trío Escalada'.

* * *

[32] Afortunadamente, una página web de "amigos de Xenakis" puso a disposición de todo el que quiera leerlo, con la debida autorización del editor, la versión francesa de este trabajo (http://www.iannis-xenakis.org/fxe/ecrits/mus_form.html)